

# Expedíciók Zamolodchikov óceánján

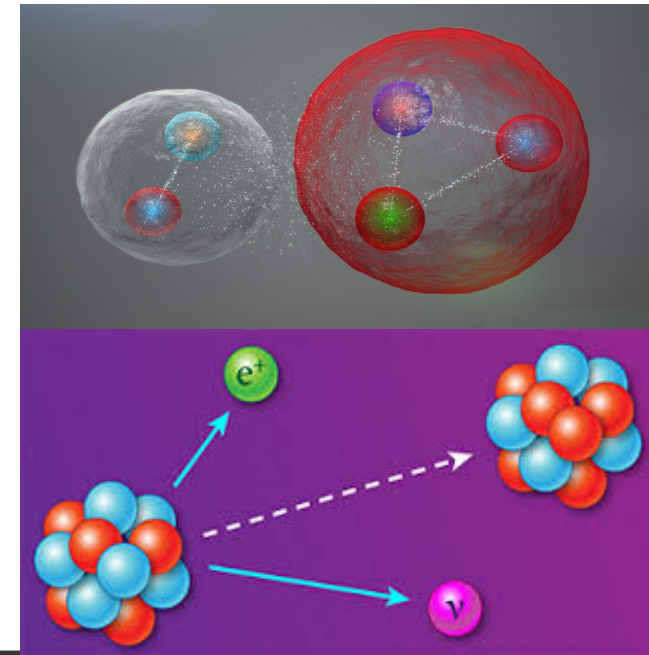
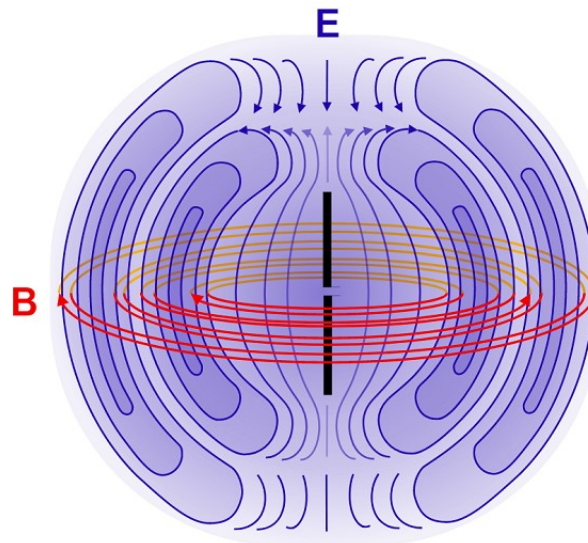
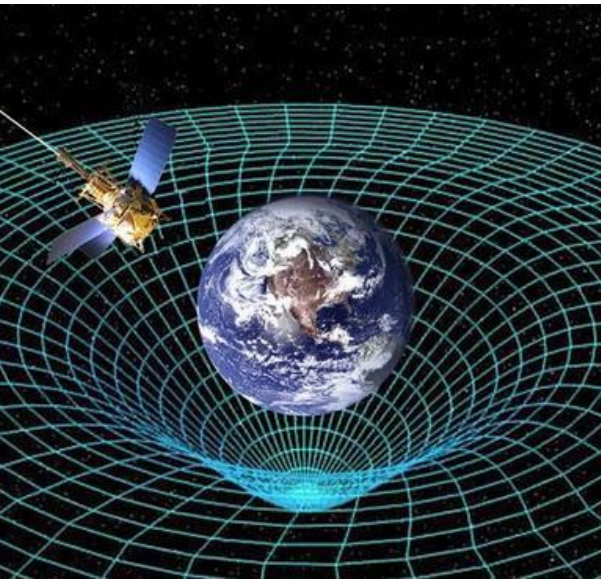
ELTE Bolyai Kollégium, fizikus szakszeminárium  
2019. december 10.

**Lájer Márton**  
PhD hallgató  
Eötvös Loránd Tudományegyetem  
Elméleti Fizikai Tanszék

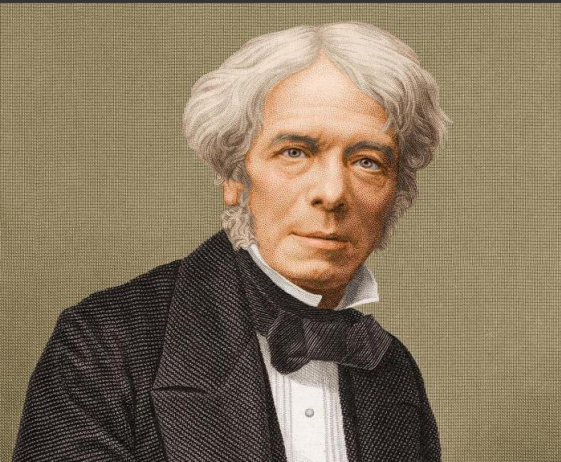


# Az Univerzum

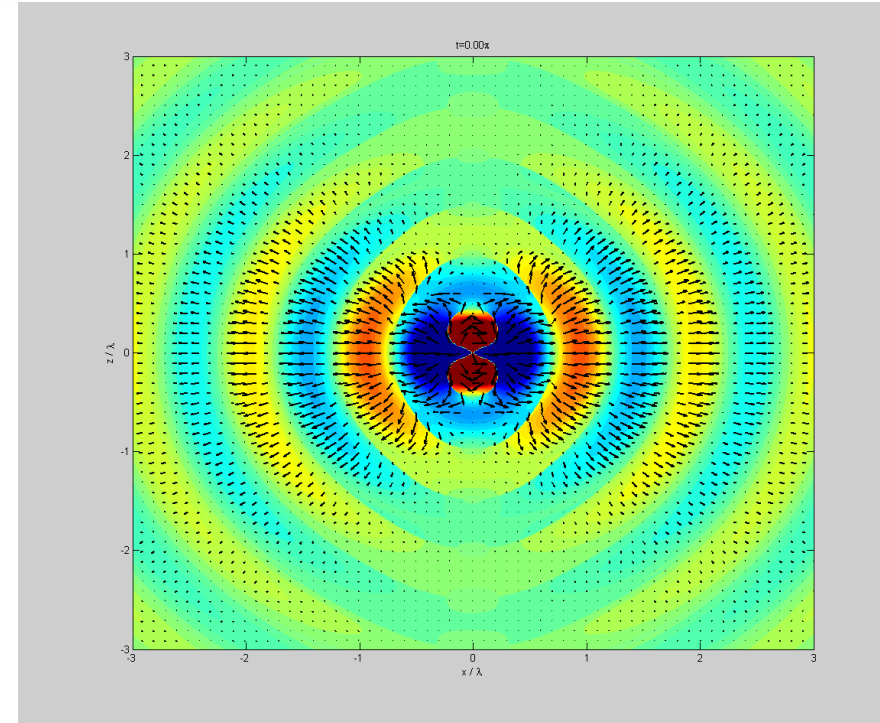
- Négy alapvető kölcsönhatás:
  - Gravitáció
  - Elektromágnesség
  - “Erős”
  - “Gyenge”



# Elektromágneses *mező*



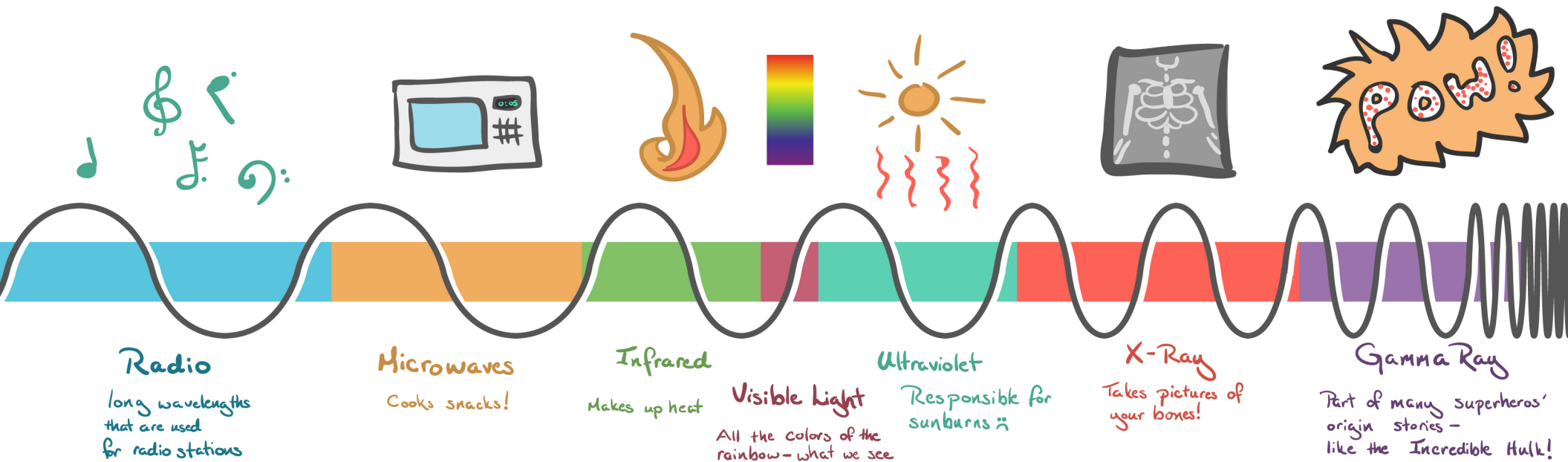
Michael Faraday



James C. Maxwell

$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	(1)	Gauss' Law
$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	(2)	Gauss' Law for magnetism
$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	(3)	Faraday's Law
$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$	(4)	Ampère-Maxwell Law

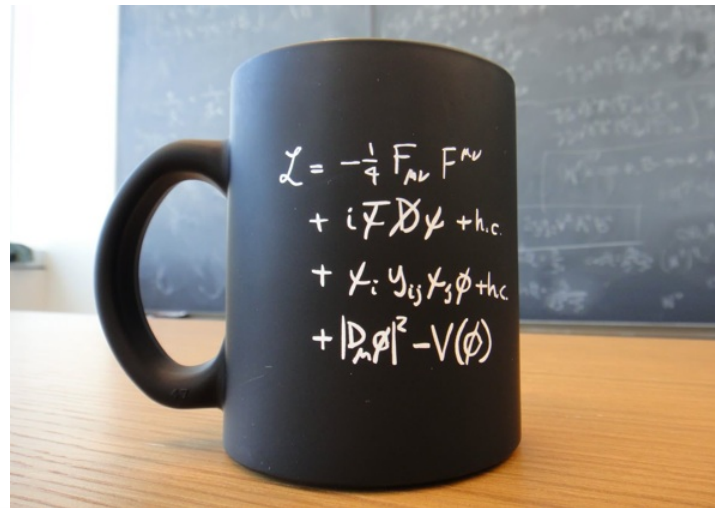
# Elektromágneses spektrum



- **Klasszikus** kép: **E** és **B** vektormezők kitöltik a teret, kölcsönhatnak, a **fény** is ennek a mezőnek a hullámszáma
- A **kvantummechanika** színre lép: adott *frekvenciájú* sugárzást nem lehet tetszőleges (kicsi) *energiával* gerjeszteni. Diszkrét energiacsomagok: **részecskék**. Az EM mező esetén a részecske neve **foton**

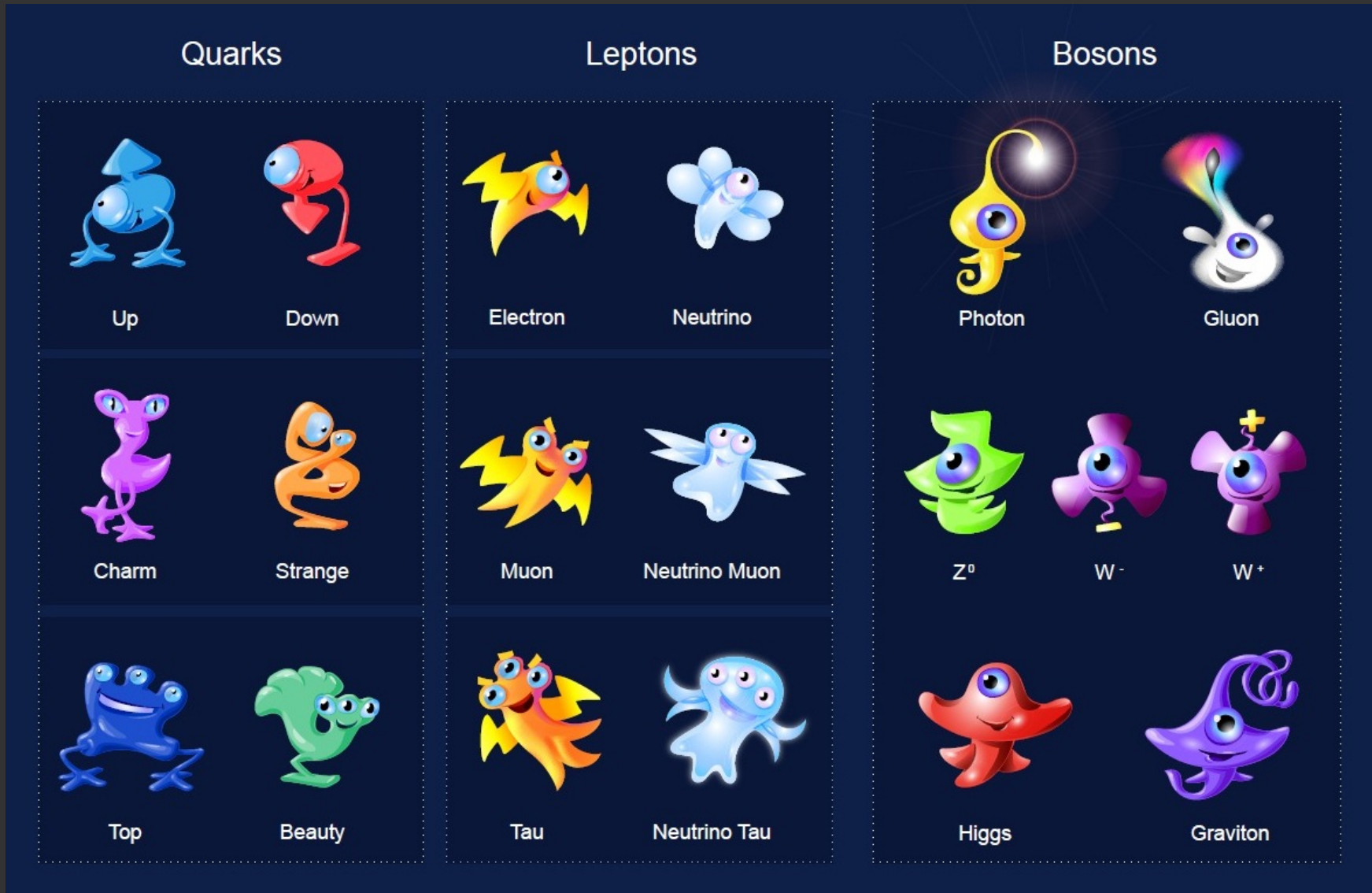
# Általánosítás: a “Standard Modell”

- Az összes “elemi” részecske valamilyen, kvantumosan viselkedő mező fodrozódása
- A különböző mezők kölcsönhatnak egymással. Szerepük kettős:
  - Ők alkotják az anyagot, ami körülvesz minket, teljes változatosságában
  - Közvetítik az anyag különböző részei által egymásra gyakorolt hatásokat




$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SM} = & -\frac{1}{2}\partial_\nu g_\mu^a \partial_\nu g_\mu^a - g_s f^{abc} \partial_\mu g_\nu^a g_\mu^b g_\nu^c - \frac{1}{4}g_s^2 f^{abc} f^{ade} g_\mu^b g_\nu^c g_\mu^d g_\nu^e - \partial_\nu W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& M^2 W_\mu^+ W_\mu^- - \frac{1}{2}\partial_\nu Z_\mu^0 \partial_\nu Z_\mu^0 - \frac{1}{2c_w^2} M^2 Z_\mu^0 Z_\mu^0 - \frac{1}{2}\partial_\mu A_\nu \partial_\mu A_\nu - igc_w (\partial_\nu Z_\mu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
& W_\nu^+ W_\mu^-) - Z_\nu^0 (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\mu^- \partial_\nu W_\mu^+) + Z_\nu^0 (W_\nu^+ \partial_\mu W_\mu^- - W_\nu^- \partial_\mu W_\mu^+)) - \\
& igs_w (\partial_\nu A_\mu (W_\mu^+ W_\nu^- - W_\nu^+ W_\mu^-) - A_\nu (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\mu^- \partial_\nu W_\mu^+) + A_\mu (W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+)) - \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- W_\nu^+ W_\nu^- + \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\nu^- W_\mu^+ W_\nu^- + g^2 c_w^2 (Z_\mu^0 W_\mu^+ Z_\nu^0 W_\nu^- - \\
& Z_\mu^0 Z_\nu^0 W_\mu^+ W_\nu^-) + g^2 s_w^2 (A_\mu W_\mu^+ A_\nu W_\nu^- - A_\mu A_\nu W_\mu^+ W_\nu^-) + g^2 s_w c_w (A_\mu Z_\nu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
& W_\nu^+ W_\mu^-) - 2A_\mu Z_\mu^0 W_\nu^+ W_\nu^-) - \frac{1}{2}\partial_\mu H \partial_\mu H - 2M^2 \alpha_h H^2 - \partial_\mu \phi^+ \partial_\mu \phi^- - \frac{1}{2}\partial_\mu \phi^0 \partial_\mu \phi^0 - \\
& \beta_h \left( \frac{2M^2}{g^2} + \frac{2M}{g} H + \frac{1}{2}(H^2 + \phi^0 \phi^0 + 2\phi^+ \phi^-) \right) + \frac{2M^4}{g^2} \alpha_h - \\
& g\alpha_h M (H^3 + H\phi^0 \phi^0 + 2H\phi^+ \phi^-) - \\
& \frac{1}{8}g^2 \alpha_h (H^4 + (\phi^0)^4 + 4(\phi^+ \phi^-)^2 + 4(\phi^0)^2 \phi^+ \phi^- + 4H^2 \phi^+ \phi^- + 2(\phi^0)^2 H^2) - \\
& gMW_\mu^+ W_\mu^- H - \frac{1}{2}g \frac{M}{c_w^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 H - \\
& \frac{1}{2}ig (W_\mu^+ (\phi^0 \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^0) - W_\mu^- (\phi^0 \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu \phi^0)) + \\
& \frac{1}{2}g (W_\mu^+ (H \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu H) + W_\mu^- (H \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu H)) + \frac{1}{2}g \frac{1}{c_w} (Z_\mu^0 (H \partial_\mu \phi^0 - \phi^0 \partial_\mu H) + \\
& M (\frac{1}{c_w} Z_\mu^0 \partial_\mu \phi^0 + W_\mu^+ \partial_\mu \phi^- + W_\mu^- \partial_\mu \phi^+) - ig \frac{s_w^2}{c_w} M Z_\mu^0 (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + igs_w M A_\mu (W_\mu^+ \phi^- - \\
& W_\mu^- \phi^+) - ig \frac{1-2c_w^2}{2c_w} Z_\mu^0 (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) + igs_w A_\mu (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) - \\
& \frac{1}{4}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- (H^2 + (\phi^0)^2 + 2\phi^+ \phi^-) - \frac{1}{8}g^2 \frac{1}{c_w^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 (H^2 + (\phi^0)^2 + 2(2s_w^2 - 1)^2 \phi^+ \phi^-) - \\
& \frac{1}{2}g^2 \frac{s_w^2}{c_w} Z_\mu^0 \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + W_\mu^- \phi^+) - \frac{1}{2}ig^2 \frac{s_w^2}{c_w} Z_\mu^0 H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}g^2 s_w A_\mu \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + \\
& W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}ig^2 s_w A_\mu H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) - g^2 \frac{s_w}{c_w} (2c_w^2 - 1) Z_\mu^0 A_\mu \phi^+ \phi^- - \\
& g^2 s_w^2 A_\mu A_\mu \phi^+ \phi^- + \frac{1}{2}igs_w \lambda_{ij}^a (\bar{q}_i^\sigma \gamma^\mu q_j^\sigma) g_\mu^a - \bar{e}^\lambda (\gamma \partial + m_e^\lambda) e^\lambda - \bar{\nu}^\lambda (\gamma \partial + m_\nu^\lambda) \nu^\lambda - \bar{u}_j^\lambda (\gamma \partial + \\
& m_u^\lambda) u_j^\lambda - \bar{d}_j^\lambda (\gamma \partial + m_d^\lambda) d_j^\lambda + igs_w A_\mu (-\bar{e}^\lambda \gamma^\mu e^\lambda) + \frac{2}{3}(\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu u_j^\lambda) - \frac{1}{3}(\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu d_j^\lambda) + \\
& \frac{ig}{4c_w} Z_\mu^0 \{ (\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{e}^\lambda \gamma^\mu (4s_w^2 - 1 - \gamma^5) e^\lambda) + (\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu (\frac{4}{3}s_w^2 - 1 - \gamma^5) d_j^\lambda) + \\
& (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (1 - \frac{8}{3}s_w^2 + \gamma^5) u_j^\lambda) \} + \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^+ ((\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) U^{lep}{}_{\lambda\kappa} e^\kappa) + (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) C_{\lambda\kappa} d_j^\kappa)) + \\
& \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^- ((\bar{e}^\kappa U^{lep}{}_{\kappa\lambda}^\dagger \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{d}_j^\kappa C_{\kappa\lambda}^\dagger \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_j^\lambda)) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^+ (-m_e^\kappa (\bar{\nu}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) e^\kappa) + m_\nu^\lambda (\bar{\nu}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) e^\kappa) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- (m_e^\lambda (\bar{e}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa}^\dagger (1 + \gamma^5) \nu^\kappa) - m_\nu^\kappa (\bar{e}^\lambda U^{lep}{}_{\lambda\kappa}^\dagger (1 - \gamma^5) \nu^\kappa) - \frac{g}{2} \frac{m_\lambda}{M} H (\bar{\nu}^\lambda \nu^\lambda) - \\
& \frac{g}{2} \frac{m_\lambda}{M} H (\bar{e}^\lambda e^\lambda) + \frac{ig}{2} \frac{m_\lambda}{M} \phi^0 (\bar{\nu}^\lambda \gamma^5 \nu^\lambda) - \frac{ig}{2} \frac{m_\lambda}{M} \phi^0 (\bar{e}^\lambda \gamma^5 e^\lambda) - \frac{1}{4} \bar{\nu}_\lambda M_{\lambda\kappa}^R (1 - \gamma_5) \hat{\nu}_\kappa - \\
& \frac{1}{4} \bar{\nu}_\lambda M_{\lambda\kappa}^R (1 - \gamma_5) \hat{\nu}_\kappa + \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^+ (-m_d^\kappa (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) d_j^\kappa) + m_u^\lambda (\bar{u}_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) d_j^\kappa)) + \\
& \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- (m_d^\lambda (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 + \gamma^5) u_j^\kappa) - m_u^\kappa (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 - \gamma^5) u_j^\kappa) - \frac{g}{2} \frac{m_\lambda}{M} H (\bar{u}_j^\lambda u_j^\lambda) - \\
& \frac{g}{2} \frac{m_\lambda}{M} H (\bar{d}_j^\lambda d_j^\lambda) + \frac{ig}{2} \frac{m_\lambda}{M} \phi^0 (\bar{u}_j^\lambda \gamma^5 u_j^\lambda) - \frac{ig}{2} \frac{m_\lambda}{M} \phi^0 (\bar{d}_j^\lambda \gamma^5 d_j^\lambda) + \bar{G}^a \partial^2 G^a + g_s f^{abc} \partial_\mu \bar{G}^a G^b g_\mu^c + \\
& \bar{X}^+ (\partial^2 - M^2) X^+ + \bar{X}^- (\partial^2 - M^2) X^- + \bar{X}^0 (\partial^2 - \frac{M^2}{c_w^2}) X^0 + \bar{Y} \partial^2 Y + igc_w W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{X}^0 X^- - \\
& \partial_\mu \bar{X}^+ X^0) + igs_w W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{Y} X^- - \partial_\mu \bar{X}^+ Y) + igc_w W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- X^0 - \\
& \partial_\mu \bar{X}^0 X^+) + igs_w W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- Y - \partial_\mu \bar{Y} X^+) + igc_w Z_\mu^0 (\partial_\mu \bar{X}^+ X^+ - \\
& \partial_\mu \bar{X}^- X^-) + igs_w A_\mu (\partial_\mu \bar{X}^+ X^+ - \\
& \partial_\mu \bar{X}^- X^-) - \frac{1}{2}gM (\bar{X}^+ X^+ H + \bar{X}^- X^- H + \frac{1}{c_w^2} \bar{X}^0 X^0 H) + \frac{1-2c_w^2}{2c_w} igM (\bar{X}^+ X^0 \phi^+ - \bar{X}^- X^0 \phi^-) + \\
& \frac{1}{2c_w} igM (\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-) + igM s_w (\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-) + \\
& \frac{1}{2}igM (\bar{X}^+ X^+ \phi^0 - \bar{X}^- X^- \phi^0) .
\end{aligned}$$

# A Standard Modell mezői





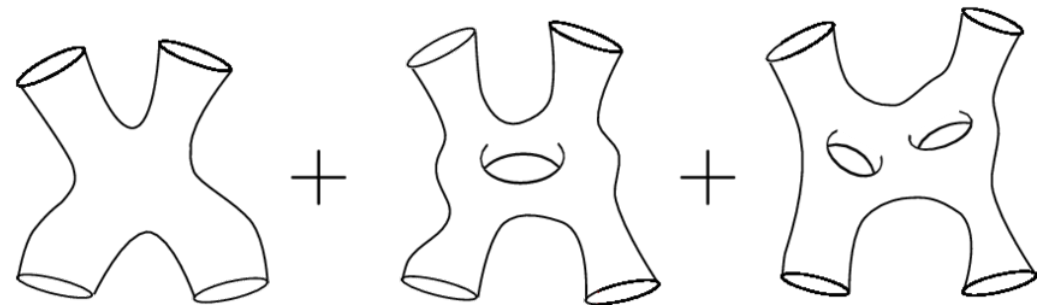
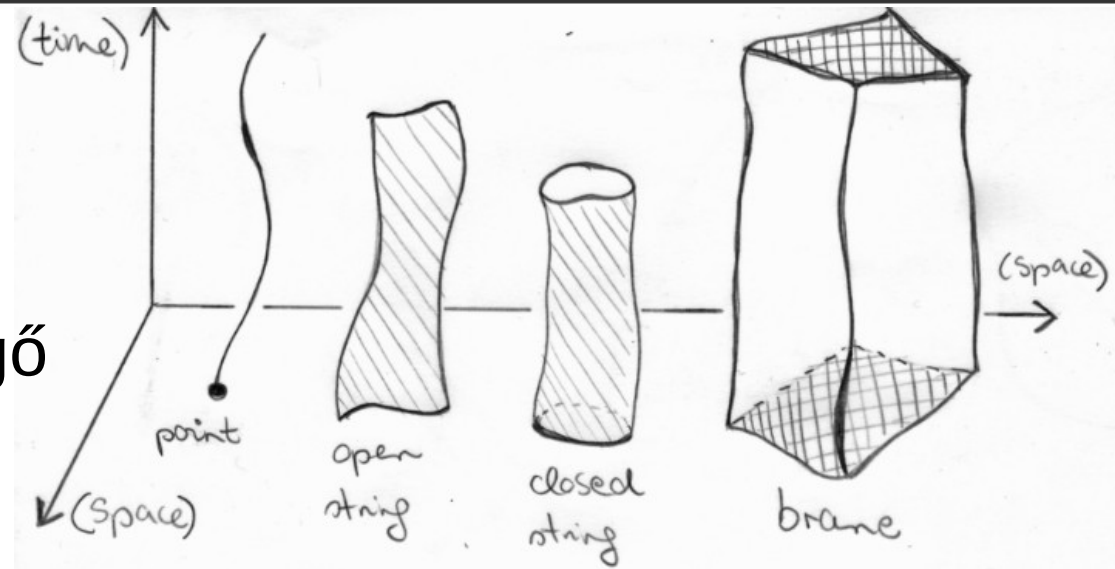
# A kölcsönhatások viszonya

- Elektromos vs. mágneses  
"Skócia"
- Elektromágneses vs. gyenge  
"Egyesült Királyság"
- Elektrogyenge vs. erős  
"Európai Unió"
- Standard modell vs. gravitáció   
"ENSZ+Békés egymás mellett élés"



# Egy békéltetési kísérlet: (Szuper-)húrelmélet

- 10 dimenzió: 9 tér+1 idő
- Pontszerű részecskék helyett:
- Húrok: egydimenziós, rezgő objektumok
- Rezgés frekvenciája adja meg a részecske típusát
- Spektrum: a húr világlepedőjén értelmezett QFT-ből (ez már 1+1D!)
- Feynman-gráfok...



- Juan Martín Maldacena (BSC: Argentína, 1991)
- PhD: Princeton U. (1991-1997)  
cikkek száma: '91-'95: 6, '96: 8, '97: 8
- 1997. november:

1. **The Large N limit of superconformal field theories and supergravity**

Juan Martin Maldacena (Harvard U.). Nov 1997. 21 pp.

Published in *Int.J.Theor.Phys.* **38** (1999) 1113-1133, *Adv.Theor.Math.Phys.* **2** (1998) 231-252

HUTP-97-A097, HUTP-98-A097

DOI: [10.1023/A:1026654312961](https://doi.org/10.1023/A:1026654312961), [10.4310/ATMP.1998.v2.n2.a1](https://doi.org/10.4310/ATMP.1998.v2.n2.a1)

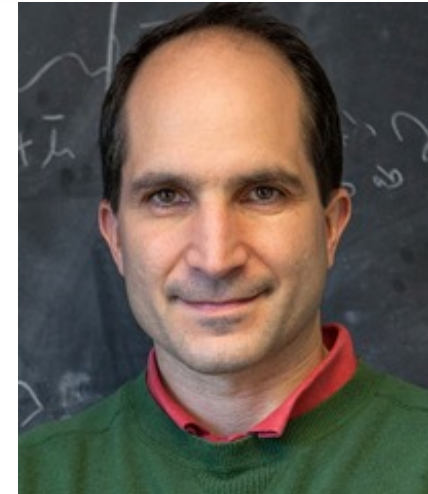
e-Print: [hep-th/9711200](https://arxiv.org/abs/hep-th/9711200) | [PDF](#)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)

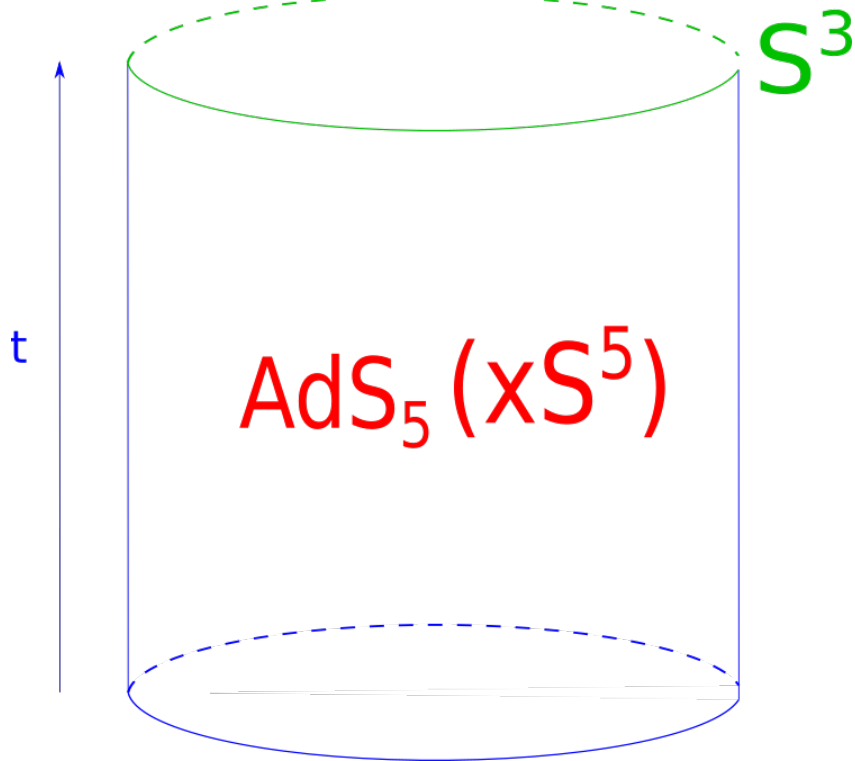
[ADS Abstract Service](#); [AMS MathSciNet](#); [OSTI.gov Server](#); [Link to citations by year and arXiv category](#)

[Detailed record](#) - [Cited by 15176 records](#) 1000+

- 1998: Associate professor (docens), Harvard U.

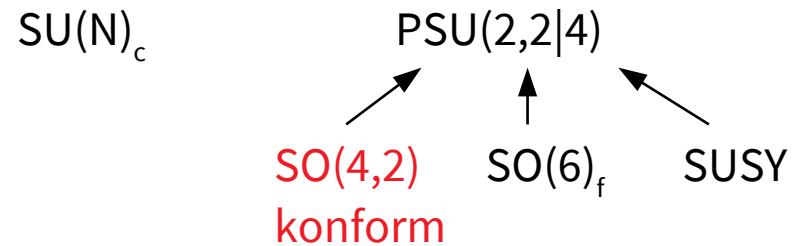


# AdS/CFT dualitás



Type IIB húrelmélet  $\longleftrightarrow$   $\mathcal{N}=4$  Super YM  
 $AdS_5 \times S^5$   $\quad \quad \quad \mathbb{R} \times S^3 \sim \mathbb{R}^4$

$\mathcal{N}=4$  SYM szimmetriái:



Cél: minden korrelátor kiszámítása

CFT: OPE jól definiált, építőelemek:

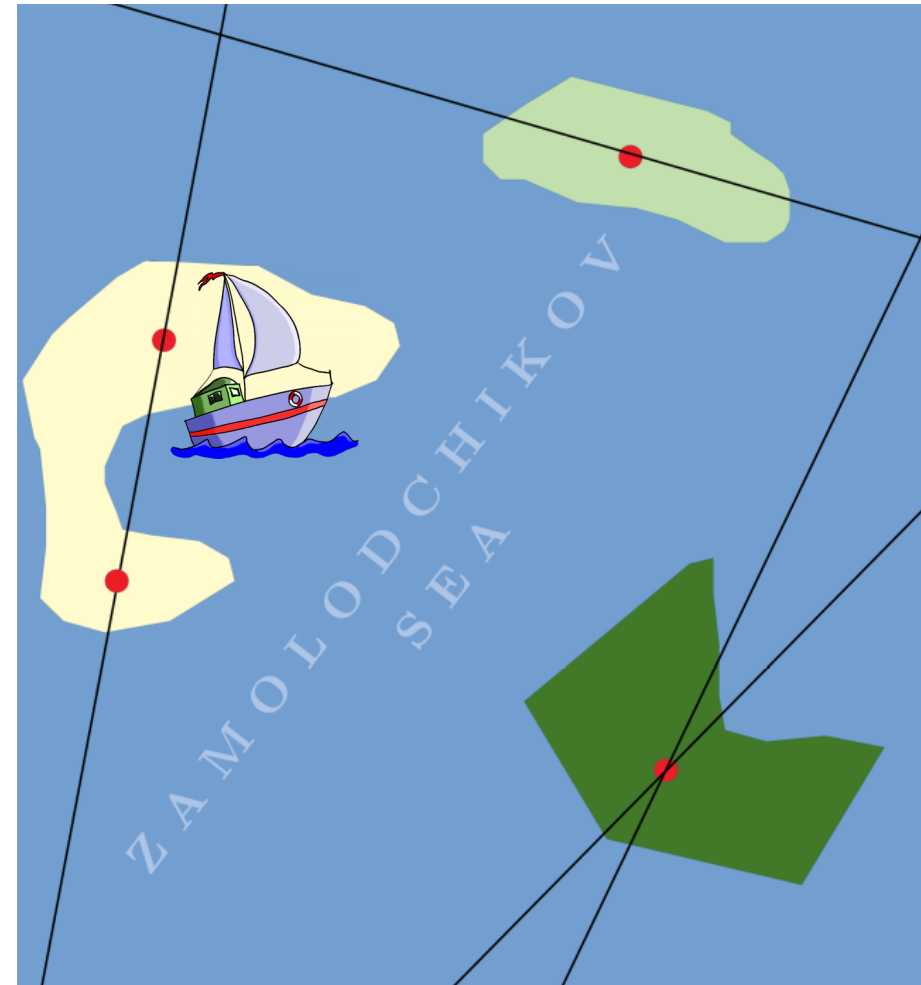
Skáladimenziók  $\langle O_i(x_i) O_j(x_j) \rangle = \frac{\delta_{ij}}{|x_{ij}|^{\Delta_i + \Delta_j}}$

OPE együtthatók

$$\langle O_1(x_1) O_2(x_2) O_3(x_3) \rangle = \frac{C_{123}}{|x_{12}|^{\Delta_{12}} |x_{13}|^{\Delta_{13}} |x_{23}|^{\Delta_{23}}}$$

# “Zamolodchikov tengere”

- “Paramétertér”:  $\infty$  dimenziós sokaság (valójában a metrika Zamolodcikov)
- A pontok értékét a szimmetria határozza meg
- A legfontosabb pontok: konform térelmélet (●)
- Fekete vonalak: integrálható irányok
- Színes szigetek: perturbatív tartományok



# A. B. Zamolodchikov és Al. B. Zamolodchikov



Alexei Borisovich Zamolodchikov  
(1952-2007)

Al. B. Zamolodchikov



Alexander Borisovich Zamolodchikov  
(1952-)

A. B. Zamolodchikov

- **Konform térelméletek**

- Fázisdiagramok **kritikus pontjai** (2. rendű fázisátalakulások)
- Extra szimmetria: skálainvariáns. Kizárólag **tömeg nélküli részecskék**
- **Univerzális**, sok fontos esetben egzaktul megoldható

- **Integrálható térelméletek**

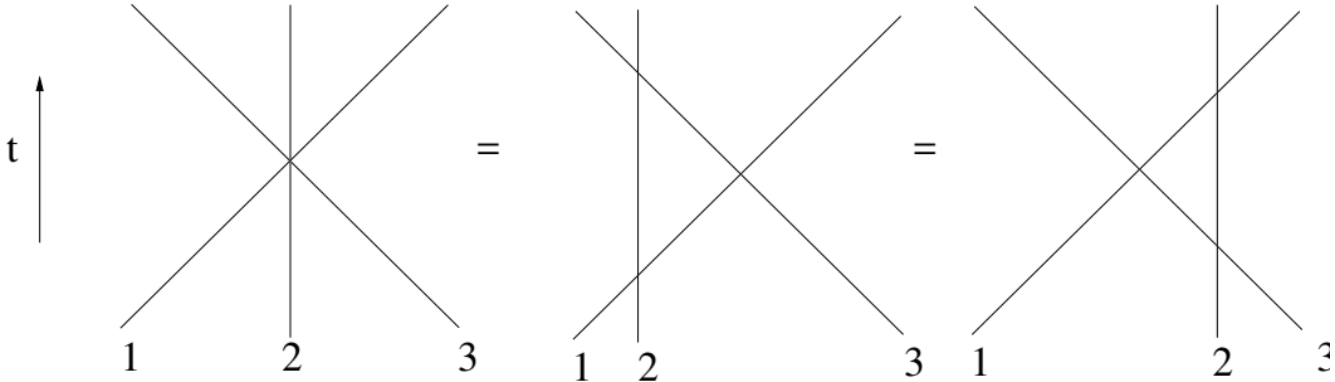
- **Tömeges részecskék**, de végtelen sok megmaradó mennyiség, ami nagyban korlátozza a dinamikát
- Kizárólag **rugalmas szórás** (esetleg részecske-típusok permutálódhatnak), faktorizálódik
- Sok esetben egzaktul megoldható: S-mátrix, tömeg-csatolás reláció, véges térfogati spektrum, operátorok mátrixelemei...

S-mátrix faktorizálódik

Rapidity paraméterezés

$$p = m \sinh \theta$$

$$E = \sqrt{m^2 + p^2} = m \cosh \theta$$



$$S(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = S_{13}(\theta_1 - \theta_3) S_{23}(\theta_2 - \theta_3) S_{13}(\theta_1 - \theta_3)$$

$$= S_{12}(\theta_1 - \theta_2) S_{23}(\theta_2 - \theta_3) S_{23}(\theta_2 - \theta_3)$$

Sinh-Gordon modell:  
(Egyetlen részecsketípus)

$$S(\theta) = \frac{\sinh \theta - \sin \pi p}{\sinh \theta + \sin \pi p}$$



**Integrálható 2D modellek:**  $\infty$  számú megmaradó töltés

**Korrelátorok?**

$$\langle \mathcal{O}(x) \mathcal{O} \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \int \frac{d\theta_1 \dots d\theta_n}{n! (2\pi)^n} \langle 0 | \mathcal{O}(x) | \theta_1 \dots \theta_n \rangle_{\text{in}} \langle \theta_1 \dots \theta_n | \mathcal{O}(0) | 0 \rangle$$

**Megoldás lépései:**

S-mátrix bootstrap  $\longrightarrow$  Szórásmátrix és tömegarányok (végtelen térfogat)

Form faktor bootstrap  $\longrightarrow$  Form faktorok (végtelen térfogat)

**Véges térfogati korrekciók**

**Polinomiális**  $L^{-1}$ -ben

Spektrum: Bethe-Yang egyenletek  
FF: Pozsgay-Takács formulák

**Exponenciális**  $\propto e^{-mL}$   
„Lüscher korrekciók”

Spektrum: TBA (integrál) egyenletek  
FF: diagonális / offdiagonális

Módosított TBA (LeClair-Mussardo; Pozsgay)



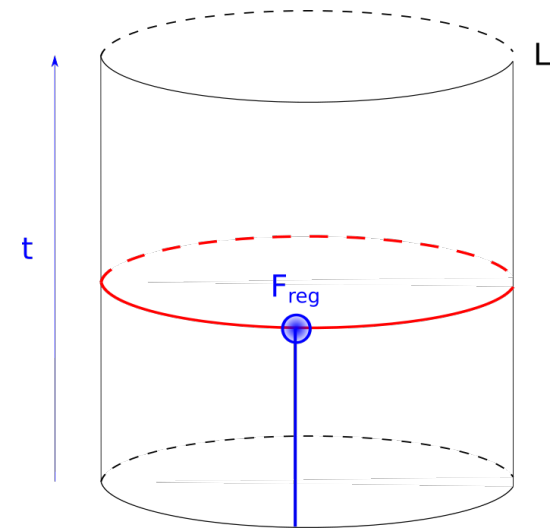
# Mátrixelemek végesméret-korrekciói

Egyrészecske formfaktor első Lüscher korrekciója:

$$\mathcal{F}(q) = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{\rho_1^{(1)}}} \left\{ F_1 + \int_{-\infty}^{\infty} d\theta F_3^{\text{reg}} \left( \theta + i\pi, \theta, \theta_1^{(0)} - \frac{i\pi}{2} \right) e^{-mL \cosh \theta} + \dots \right\}$$

$$F_3^{\text{reg}}(\theta, \beta_1, \beta_2) = F_3(\theta, \beta_1, \beta_2) - \frac{iF_1(1 - S(\beta_1 - \beta_2))}{\theta - \beta_1 - i\pi} + \frac{iF_1}{2} S'(\beta_1 - \beta_2)$$

(Bajnok, Balog, Lájér, Wu, 2018)



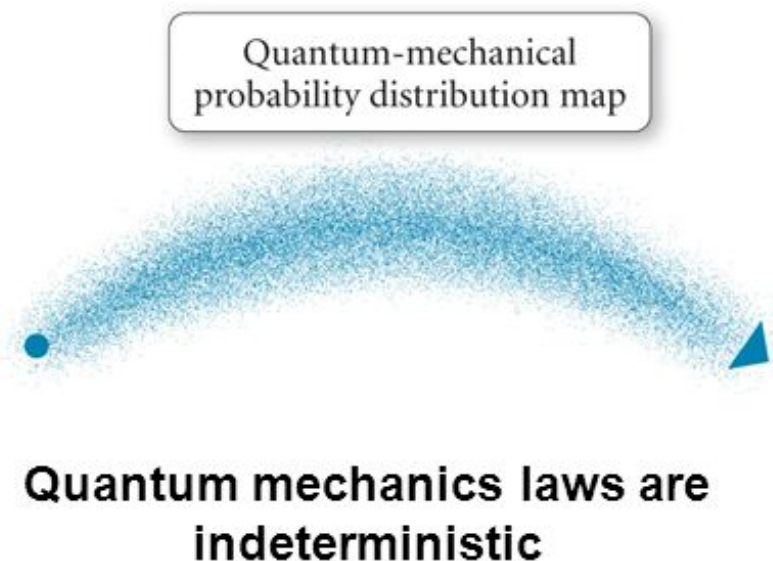
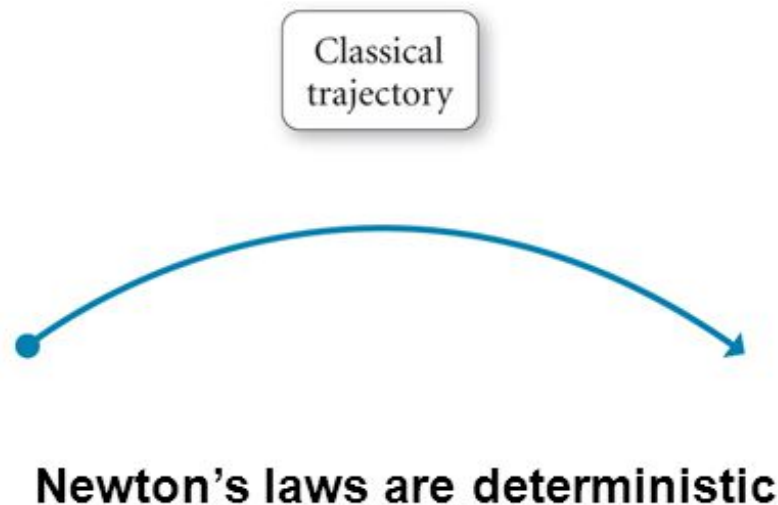
Többrészecske-formfaktor első Lüscher korrekció:

$$\delta^{(F)} F_{N+M}(\{\vartheta + i\pi, \{\theta\}\}) = \int \frac{du}{2\pi} F_{N+M+2}^r \left( u + i\pi, \left\{ \vartheta + \frac{i\pi}{2} \right\}, u, \left\{ \theta - \frac{i\pi}{2} \right\} \right) e^{-mL \cosh u}$$

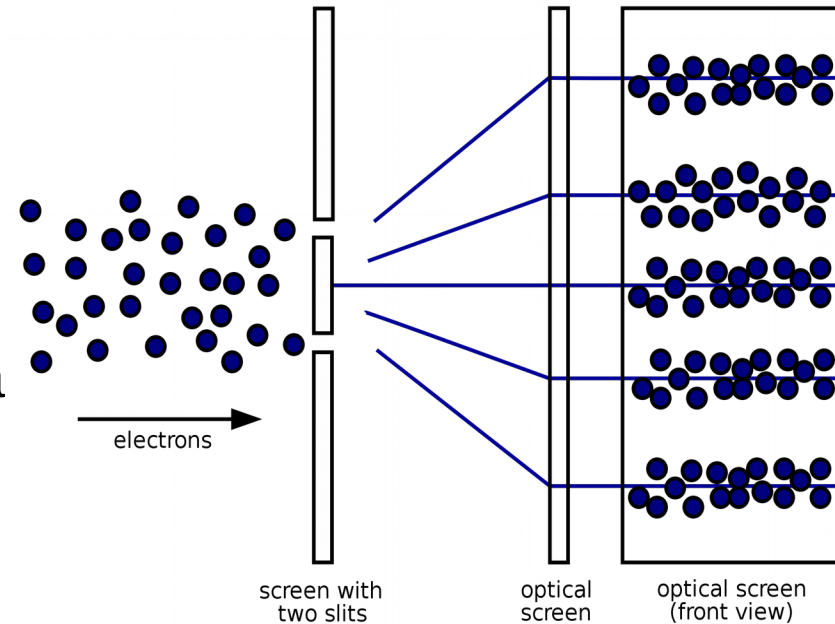
(Bajnok, Lájér, Szépfalvi, Vona, 2019)

# Mitől kvantum?

- Az egészen parányi dolgok gyökeresen másként viselkednek, mint ahogy azt várnánk
  - A klasszikus mechanikában a mozgó testeknek van pályája
  - A kvantummechanikában ez legfeljebb közelítés. Helyette a hullámfüggvény írja le a megtalálás valószínűségét.



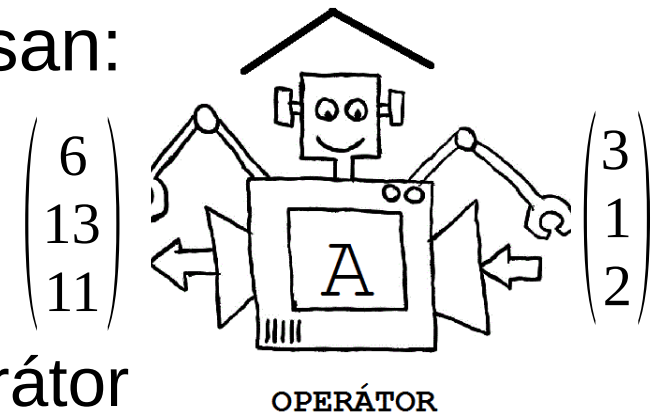
- Vegyünk egy részecskét (példa kedvéért)
  - A részecskét egy adott állapotban **preparáljuk** a kísérlet kezdetén. Az állapotot egyértelműen jellemzi a hullámfüggvény
  - A hullámfüggvény időbeli változását a kvantummechanika matematikailag **precízen követi** a preparálástól a mérés pillanatáig.
  - A mérés pillanatában a részecske állapota **hirtelen** megváltozik. Adott állapotban való megtalálás **valószínűsége** kinyerhető a hullámfüggvényből.



- Videó: kétrés-kísérlet

- Vannak olyan vektorok (irányok), amiket egy adott  $A$  operátor különösen “szeret”.
- Az ilyen kedvelt irányokba mutató  $v$  vektorok megőrzik az irányukat az operátor hatása után.
- Az ilyen vektorok hossza egy határozott, csak az iránytól függő  $\lambda$  faktoral szorzódik. Formálisan:

$$\hat{A} \cdot v = \lambda \cdot v$$



Az egyenletet teljesítő  $v$  vektorok az  $A$  operátor **sajátvektorai**, a hozzájuk tartozó  $\lambda$  szorzófaktorok pedig  **$A$  sajátértékei**.

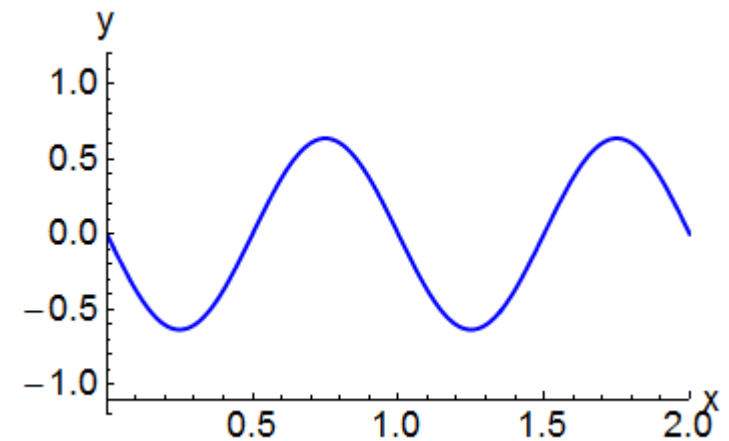
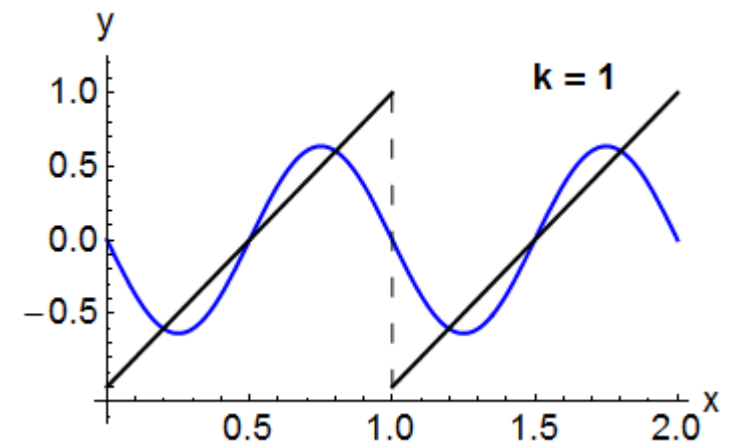
- Ésszerű megszorításokkal a függvények is megadhatók, mint vektorok:

$$f(x) = c_1 \cos(x) + c_2 \cos(2x) + \dots + c_n \cos(nx) + \dots$$



$$(c_1, c_2, \dots, c_n, \dots)$$

Tehát a **hullámfüggvények** is megfeleltethető egy (végtelen dimenziós) vektor





- A kvantummechanikában a fizikai mennyiségek az **operátorok**,
- az operátorok **sajátértékei** a lehetséges mérési eredmények,
- és az operátorok **sajátvektorai** azok az állapotok, amelyekben mérve a fenti mennyiséget, egész biztosan a sajátértéket kapjuk mérési eredményként.
- Általában egy megméréendő  $\psi$  állapotra a  $\lambda$  mérési eredmény **valószínűségét** a

$$|\psi \cdot v_\lambda|^2$$

mennyiség adja meg, ahol  $v$  a  $\lambda$ -hoz tartozó sajátvektor.

- A legfontosabb operátor az energiát méri. Ezt **Hamilton-operátornak** hívják, és a megadásával definiálható a vizsgált fizikai rendszer.
- A sajátérték-egyenletét időfüggetlen Schrödinger-egyenletnek hívják:

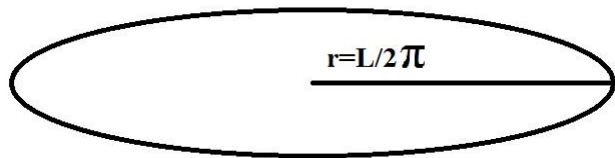
$$\hat{H} \psi = E \psi$$

- Ezt az egyenletet számolja a laptop

- Dobozba zárt részecske energiaszintjei

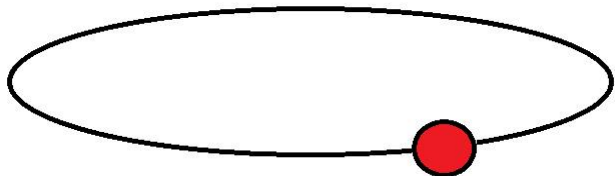
- Ha egyetlen részecske helyett egy egész mező viselkedését vizsgáljuk, a Schrödinger-egyenlet akkor is érvényben marad, csak a bázisvektorok jelentése eltérő.
- Koncentráljunk most 1 tér és 1 idődimenzió esetére (numerikusan könnyebb, szilárdtestfizikában is érdekes)
- Legyen a “világ térfogata” (ami valójában a kerülete) is véges,  $L$ . A térfogatfüggésből rengeteg fizika nyerhető ki

$$\hbar = c = 1$$



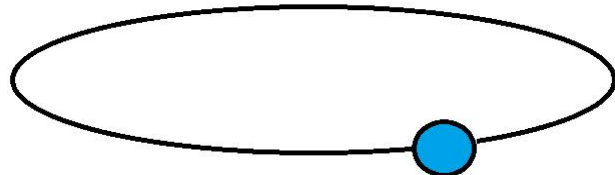
Vákuum: nincs részecske

$$E = E_0$$



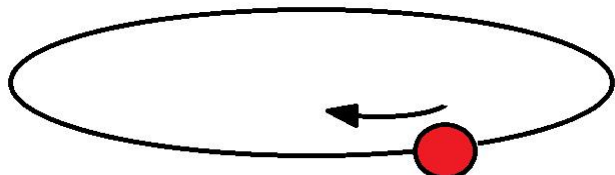
Egy álló részecske

$$E = E_0 + m$$



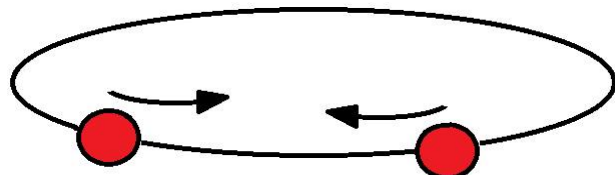
Más fajta álló részecske

$$E = E_0 + m_2$$



Egy mozgó részecske

$$E = E_0 + \sqrt{m^2 + p^2}$$



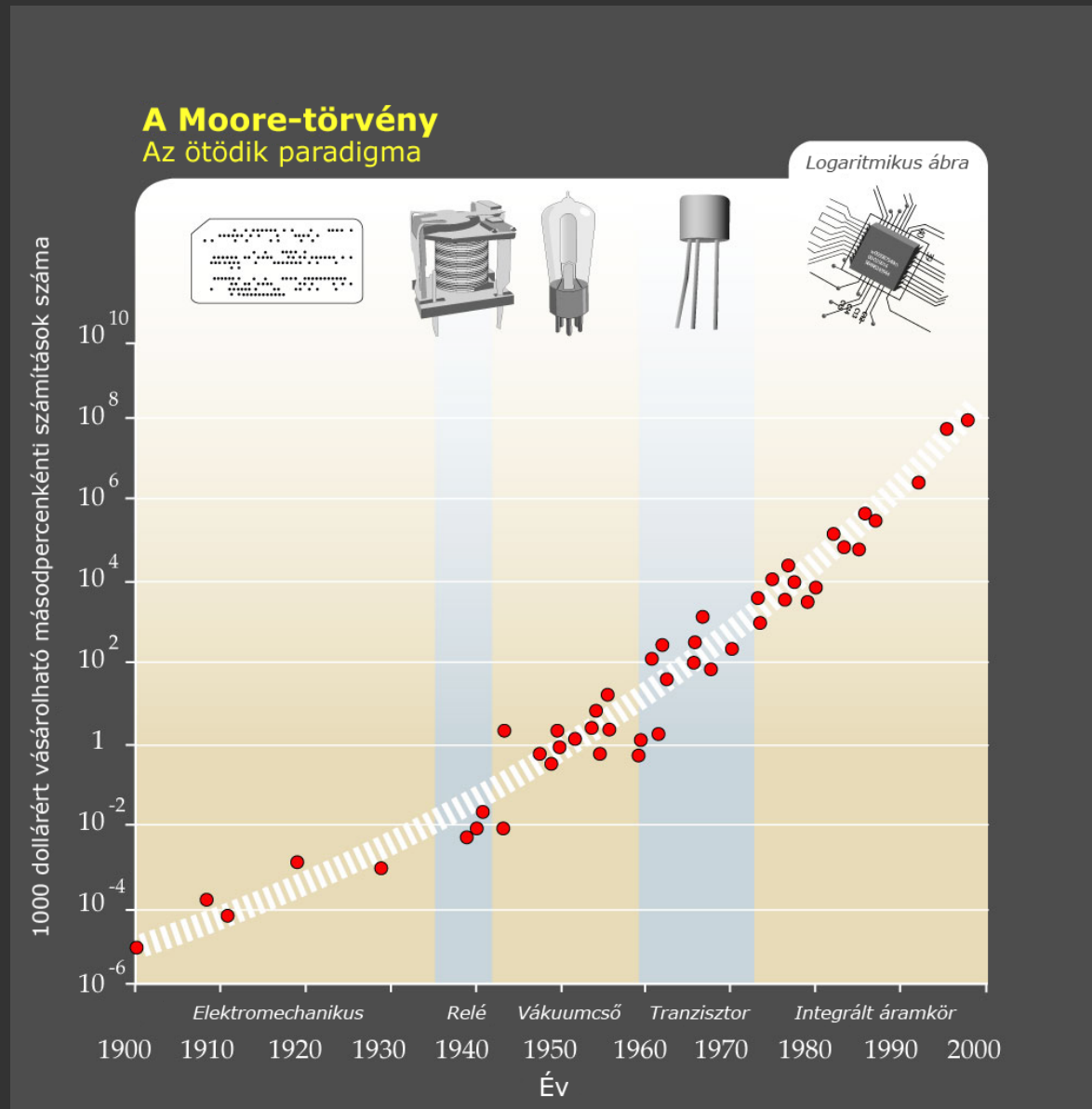
Két részecske, stb.

$$E = E_0 + \sqrt{m^2 + p_1^2} + \sqrt{m^2 + p_2^2} + \Delta$$

- Legyen adott egy kvantumtérelmélet  $H$  Hamilton-operátorral.
  - Milyen részecskék léteznek a világban?
  - Mi a tömege ezeknek?
  - Van-e olyan részecske, amelyik elbomlik? Mennyi a felezési ideje?
  - Milyen szórási folyamatokban vesznek részt a részecskék?
  - Hogy változnak az előbbi kérdésekre adott válaszok, ahogy  $H$  paramétereit változtatjuk? Van-e fázisátalakulás?

# A laptop, mint részecskegyorsító

# Moore törvény



Courtesy of Ray Kurzweil and Kurzweil Technologies, Inc./Hungarian version made by Cunya at Hungarian Wikipedia/



# 1995 vs. 2016



Intel Paragon XP/S-150 (Oak Ridge)  
1995. április 21-től

*“These Intel machines are being used primarily for Grand Challenge studies in the areas of **fusion power, climate prediction, environmental remediation, materials structure and properties, computational chemistry, and quantum chromodynamics.**”*

**200 GFLOP/s**

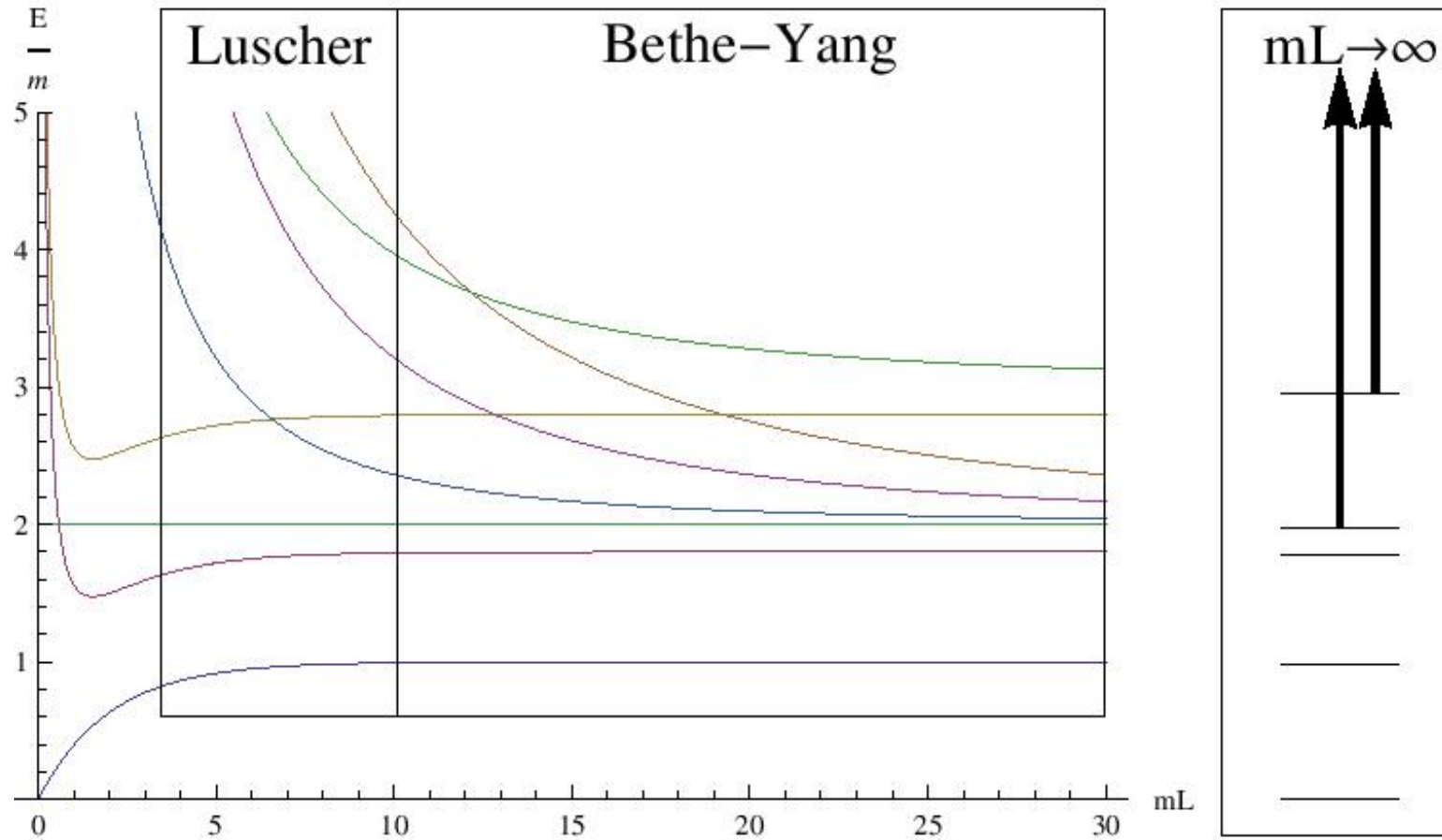


2016-ban vásárolt közönséges  
(gaming) laptop



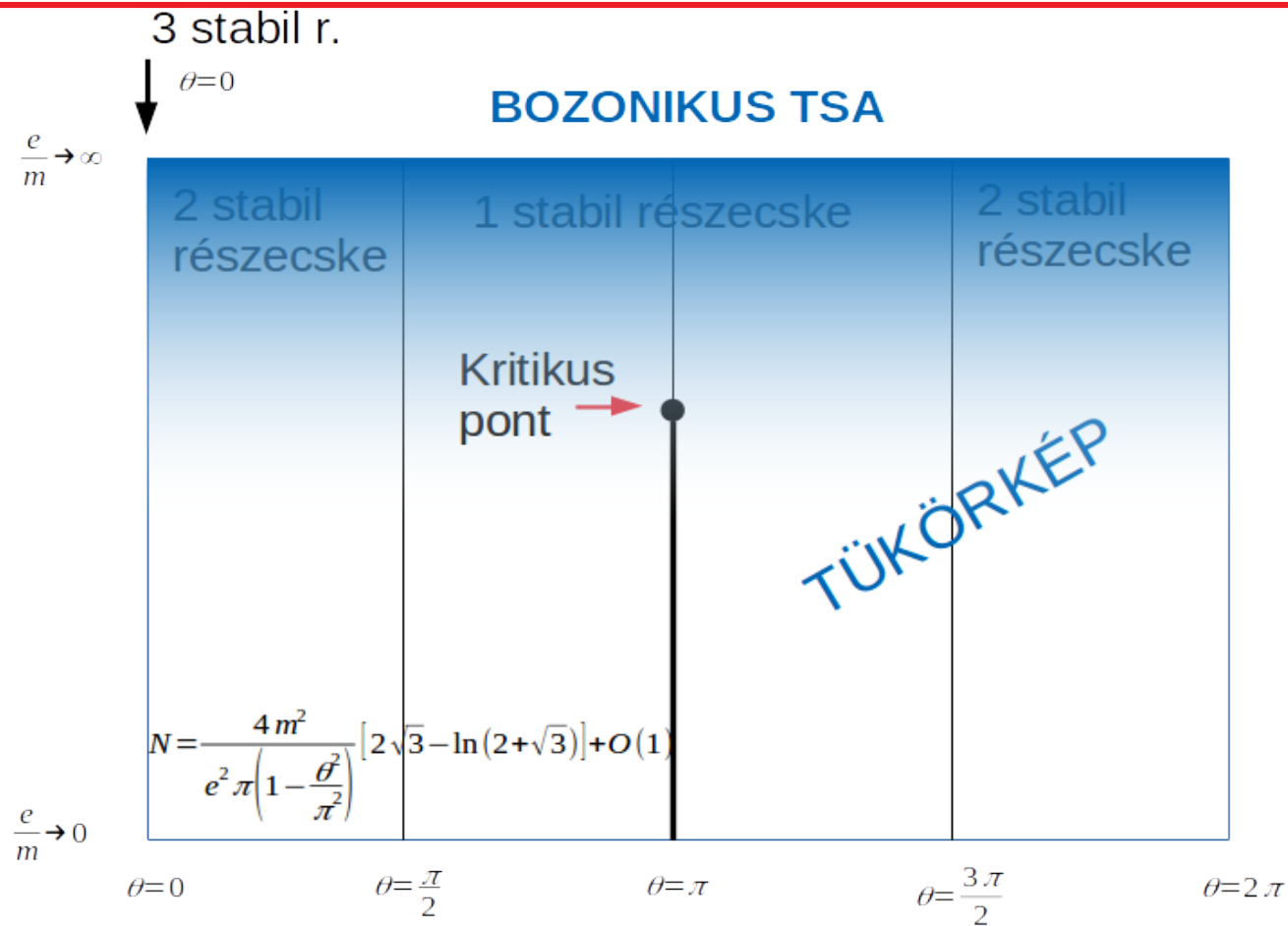
**120 GFLOP/s**

# Véges térfogati spektrum



# Egy példa: 2D kvantumelektrodinamika

$$H = \int_0^L \frac{1}{2} : \left[ \mu^2 \left( \Phi(x) + \frac{\theta}{\sqrt{4\pi}} \right)^2 + \Pi(x)^2 \right] :_{\mu} + \frac{\mu m}{2} e^{\frac{\pi}{2}(\xi - \rho(\mu L))} : \cos(\sqrt{4\pi}\Phi(x)) :_{\mu} dx$$



# Egy példa: 2D kvantumelektrodinamika

$$H = \int_0^L \frac{1}{2} : \left[ \mu^2 \left( \Phi(x) + \frac{\theta}{\sqrt{4\pi}} \right)^2 + \Pi(x)^2 \right] :_{\mu} + \frac{\mu m}{2} e^{\frac{\pi}{2}(\xi - \rho(\mu L))} : \cos(\sqrt{4\pi}\Phi(x)) :_{\mu} dx$$

3 stabil r.

$\theta=0$

BOZONIKUS TSA

$\frac{e}{m} \rightarrow \infty$

2 stabil részecske

1 stabil részecske

2 stabil részecske

kritikus pont

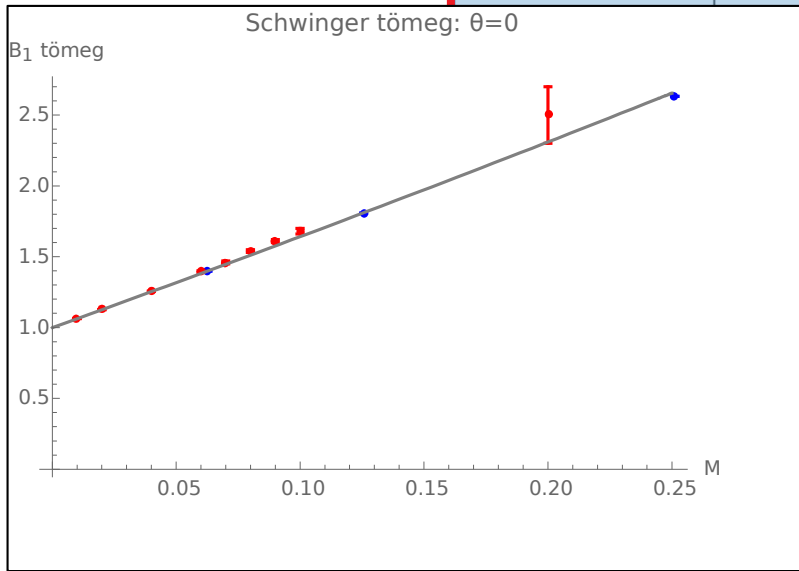
TÜKÖRKÉP

$2 + \sqrt{3}] + O(1)$

$\theta = \pi$

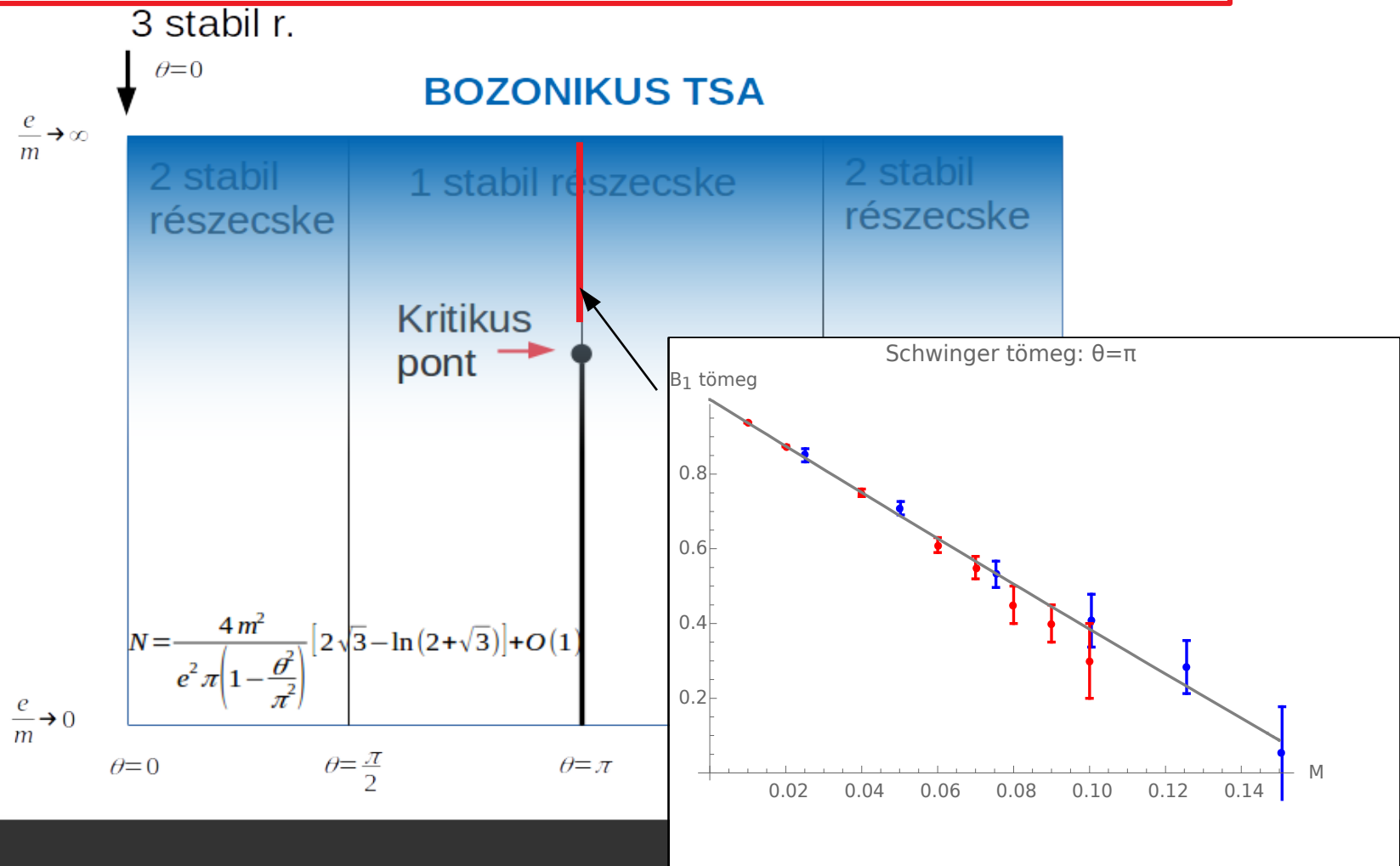
$\theta = \frac{3\pi}{2}$

$\theta = 2\pi$



# Egy példa: 2D kvantumelektrodinamika

$$H = \int_0^L \frac{1}{2} : \left[ \mu^2 \left( \Phi(x) + \frac{\theta}{\sqrt{4\pi}} \right)^2 + \Pi(x)^2 \right] :_{\mu} + \frac{\mu m}{2} e^{\frac{\pi}{2}(\xi - \rho(\mu L))} : \cos(\sqrt{4\pi}\Phi(x)) :_{\mu} dx$$



# Egy példa: 2D kvantumelektrodinamika

$$H = \int_0^L \frac{1}{2} : \left[ \mu^2 \left( \Phi(x) + \frac{\theta}{\sqrt{4\pi}} \right)^2 + \Pi(x)^2 \right] :_{\mu} + \frac{\mu m}{2} e^{\frac{\pi}{2}(\xi - \rho(\mu L))} : \cos(\sqrt{4\pi}\Phi(x)) :_{\mu} dx$$

3 stabil r.

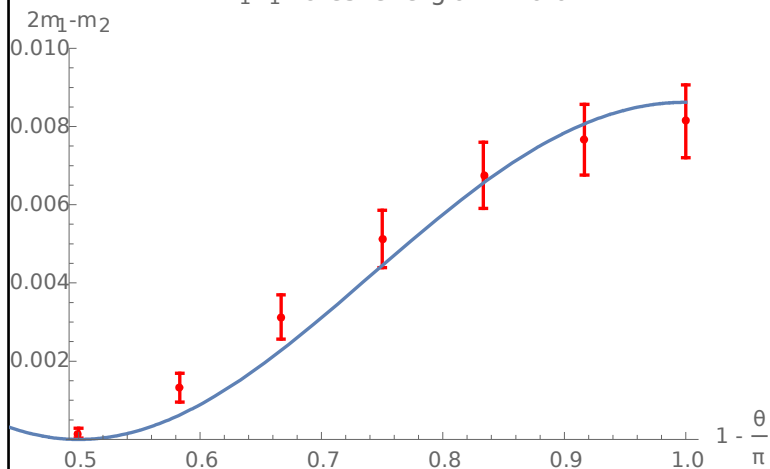
$\theta=0$

BOZONIKUS TSA

$\frac{e}{m} \rightarrow \infty$



$B_1 B_1$  kötési energia:  $M=0.01$

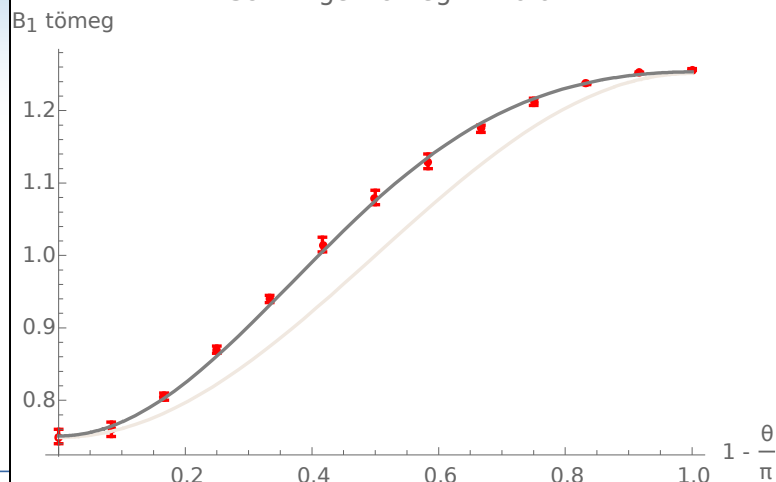


Kritikus pont

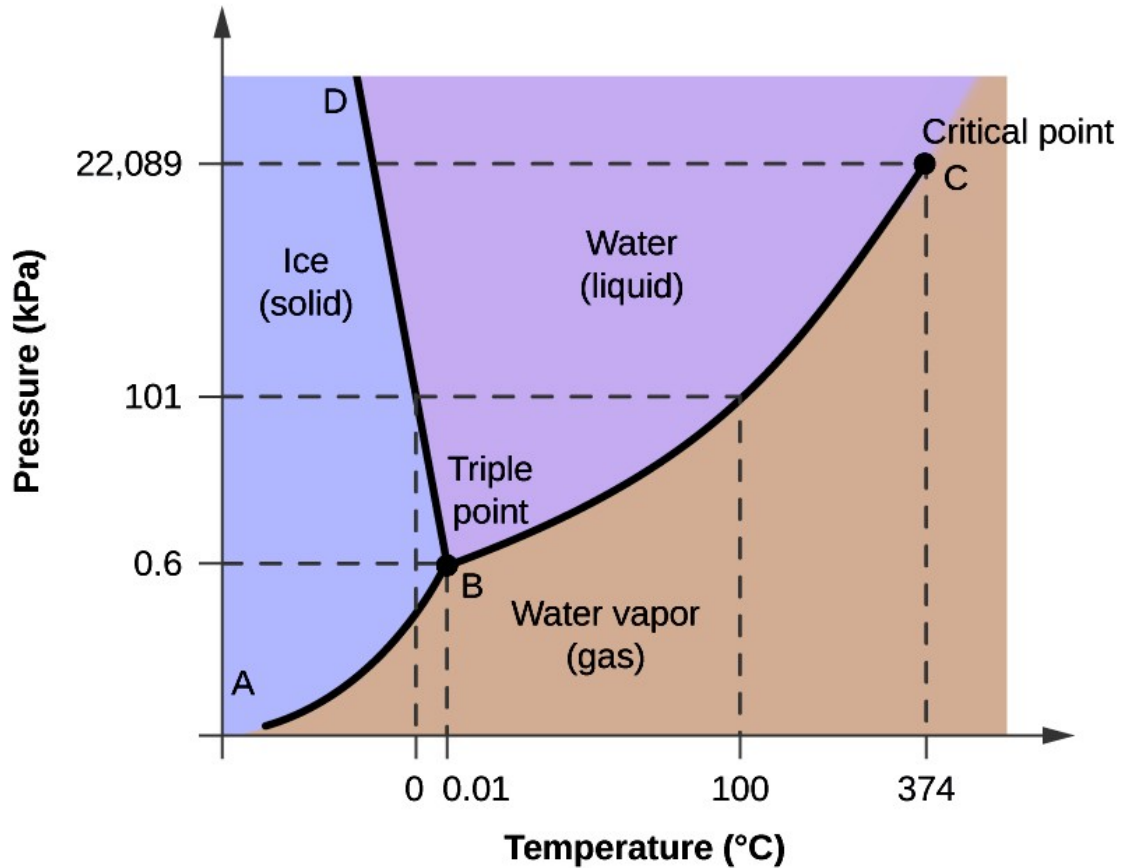
$(2+\sqrt{3})+O(1)$

$\theta=\pi$

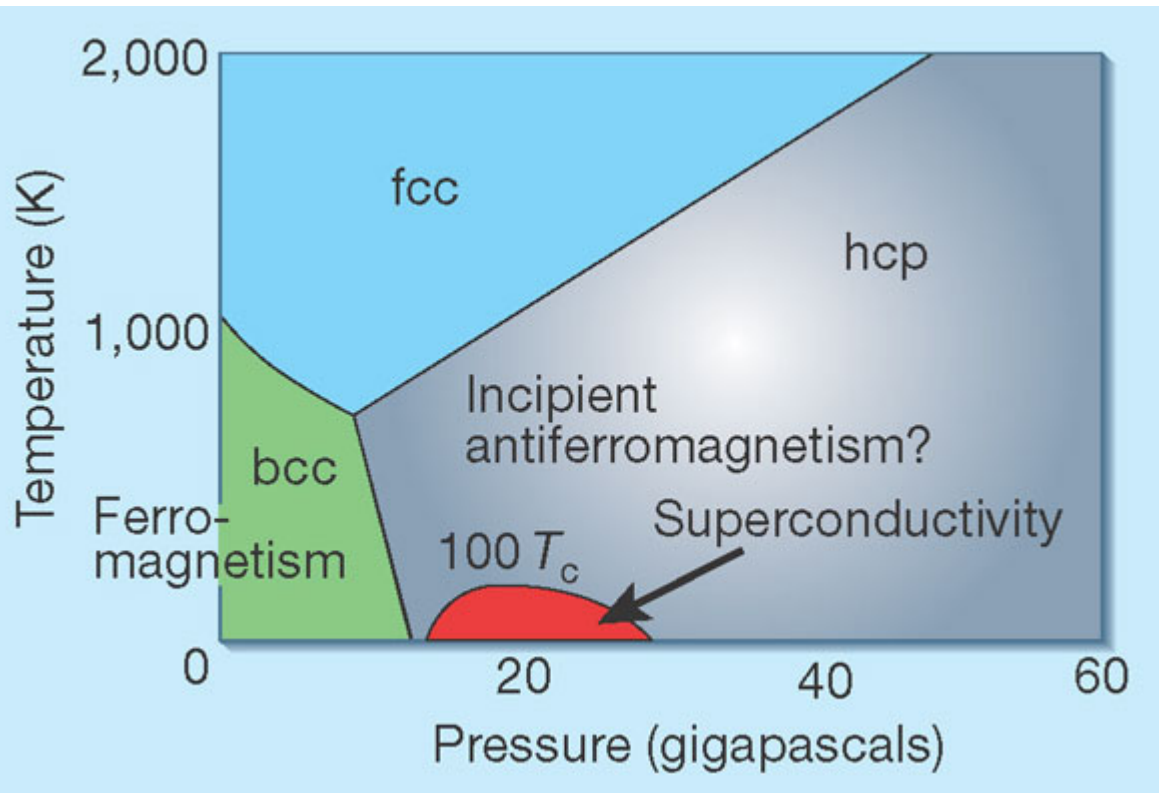
Schwinger tömeg:  $M=0.04$



- Közismert példa: víz



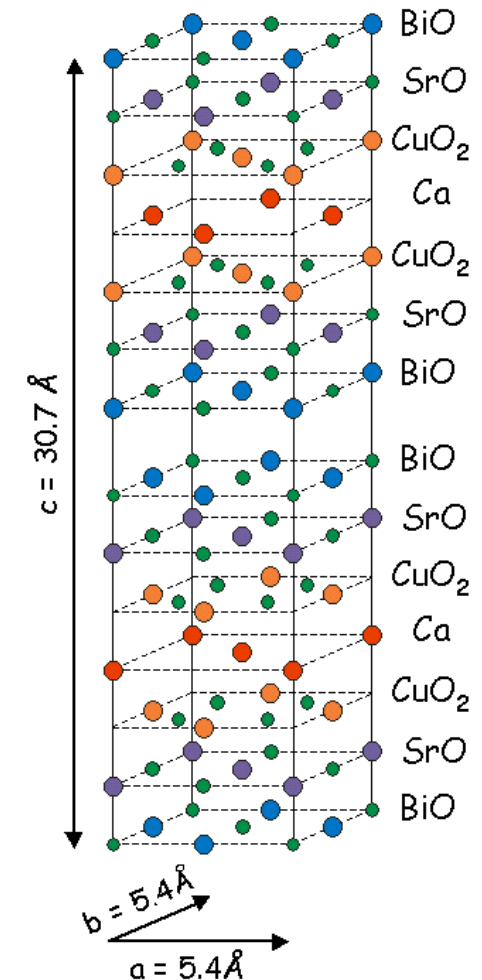
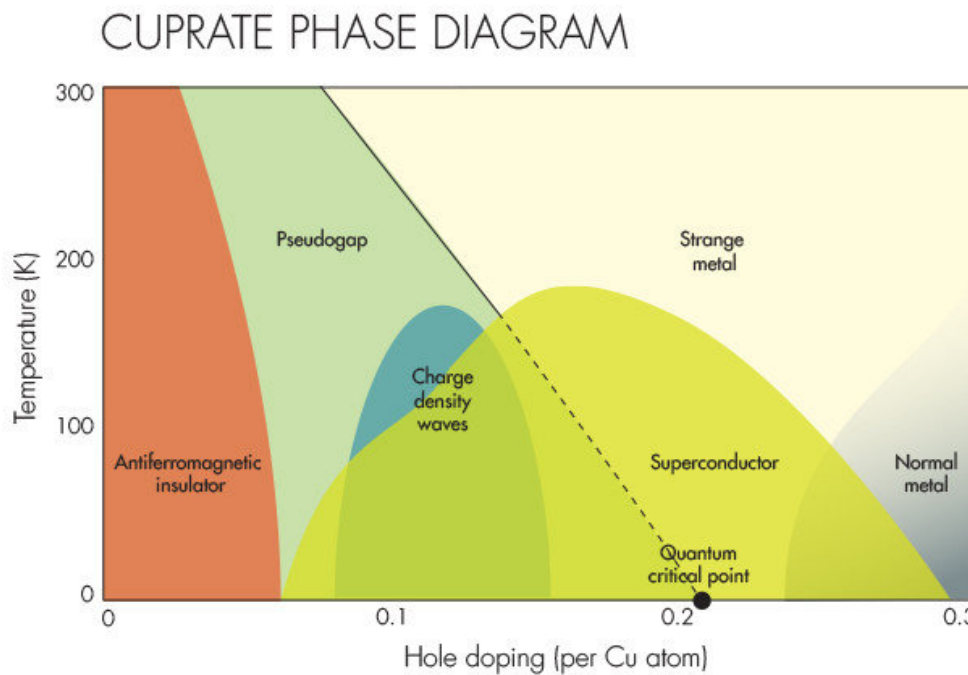
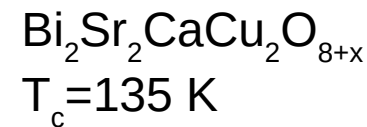
- Még egy ismert példa: a vas mágnesessége

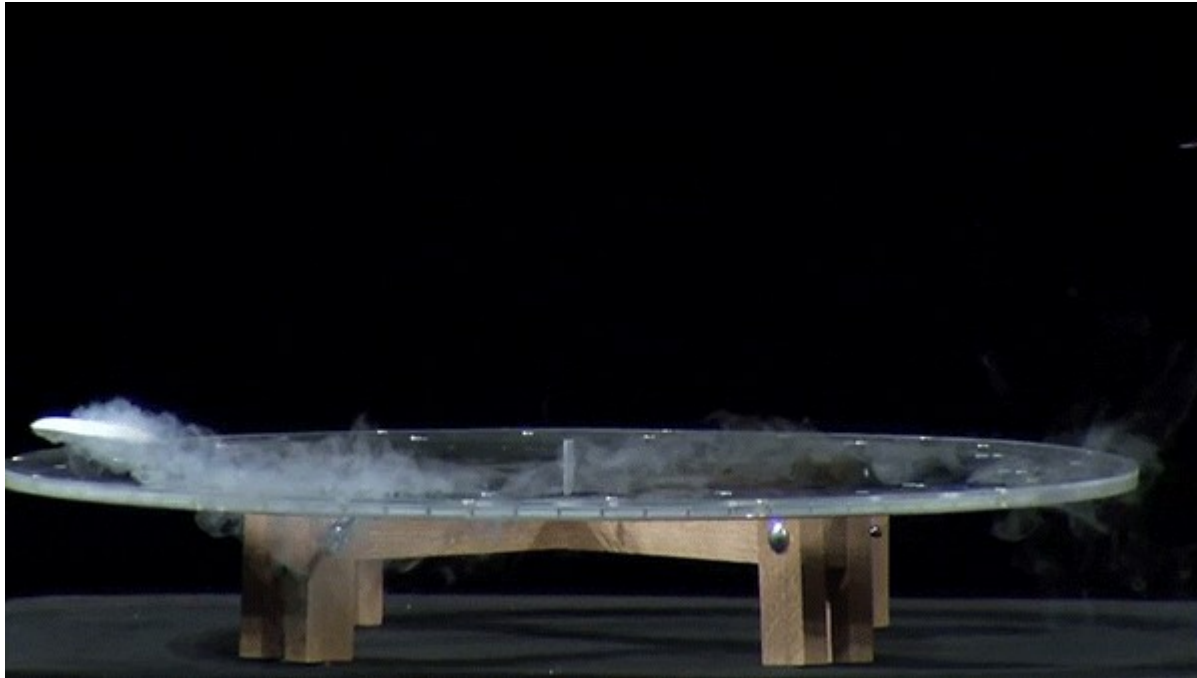




- Egy érdekesebb példa: magas hőmérsékletű szupravezető

Effektíve 2 dimenziós anyag





- Nagy számítási kapacitás
- A “világ működése”: mezők+kvantummechanika
- Ezt vizsgáljuk alacsony (2) dimenzióban
- Ami érdekes, mert egzotikus dolgok történnek
- A még nem vizsgált modellek sokasága olyan, mint egy felfedezésre váró óceán



**Köszönöm a figyelmet**